

## محاسبه درجه اولویت ریسک در مدل FMEA با استفاده از تئوری فازی

**واژه های کلیدی :** تجزیه تحلیل حالت‌های خطا و آثار آنها، نظریه فازی، عدد اولویت ریسک، شدت، احتمال وقوع، احتمال کشف

### ۱- مقدمه

امروزه کیفیت حرف اول را در تسخیر بازار فروش محصول می‌زند. بنابراین، بهبود و ارتقاء سطح کیفیت محصول و خدمت ارائه شده توسط بنگاهها، اولین و اصلی‌ترین عامل پیشی گرفتن از رقبا و گرفتن سهم عمده بازار می‌باشد، از این رو امروزه مفهوم کیفیت توسعه داده شده و بعنوان یک دیدگاه جامع و یک فرهنگ عمومی در تمام سطوح سازمانی مورد توجه قرار گرفته است. در همین راستا و جهت نیل به هدف فوق، ابزارهای گوناگونی معرفی و توسعه داده شده اند. "تجزیه و تحلیل حالت‌های خطا و آثار آنها"<sup>۱</sup> ابزار کارآمد در مدیریت کیفیت می باشد و کاربرد آنها روز به روز در عمل بیشتر می‌شود.

روش تجزیه و تحلیل خطا و اثرات آن ریسک وقوع خطرات بالقوه در طول مراحل طراحی و تولید را برای جلوگیری از دریافت محصول نامطلوب توسط مشتری و جلوگیری از به خطر افتادن اعتبار و شهرت شرکت محاسبه نموده و از آن طریق، اقدامات اصلاحی را توصیه می‌نماید. از آنجاییکه یکی از اهداف FMEA انتخاب اقدامات اصلاحی مناسب برای کاهش ریسک و خرابی‌ها می‌باشد لذا گزینه هایی که ریسک خرابی بالاتر دارند اهمیت ویژه ای دارند. بنابر این همواره با یک عدد تحت عنوان عدد ریسک پذیری سر و کار خواهیم داشت که از حاصلضرب سه پارامتر شدت خطا، احتمال وقوع خطا و احتمال کشف خطا به دست می آید.

$$RPN = S * O * D$$

در نهایت با اولویت بندی علل بالقوه بر اساس عدد ریسک (RPN)، اقدامات اصلاحی تعریف شده و منابع محدود به خطاهای با ریسک بالا تخصیص داده می‌شود.

در این روش اساس کار بر فکر و احساس انسان است لذا با یک مفهوم مبهم و نادقیق مواجه می‌باشیم که نمی‌توان یک مقدار کمی دقیق برای پارامترهای سه گانه در نظر گرفت. عبارت دیگر نسبت دادن عددی بین ۱ تا ۱۰ به هر یک از عوامل موثر در ریسک پذیری برای تیم چند تخصصی مربوطه بسیار مشکل است و غالباً "اختلاف نظر محسوسی در محاسبات بوجود می‌آید.

باتوجه به لزوم تصمیم گیری نهایی درمورد علل عدم انطباقها در نظام روشهای تجزیه و تحلیل حالت‌های خطا و آثار آنها ومواجه با پارامترهای نادقیق، به نظرمی‌رسد نظریه فازی قادر است متغیرهای مورد نیاز برای محاسبه عدد اولویت ریسک را که نادقیق و مبهم هستند، صورتبندی ریاضی ببخشد و زمینه را برای اولویت بندی نهایی علل عدم انطباقها فراهم آورد.

<sup>1</sup> -Failure Modes & Effects Analysis

در مدل‌های ارایه شده در این تحقیق، سعی شده است که این مشکلات تا حدود زیادی رفع شده و روش "تجزیه و تحلیل حالت‌های خطا و آثار آنها" اصلاح شود. در این تحقیق ابتدا دیدگاه غیر فازی کردن و سپس رتبه بندی گزینه‌ها (خطاها) بکار گرفته شده است و سه روش برای اینکار ارایه می‌شود.

به دلیل جدید بودن موضوع این تحقیق، مطالعات زیادی در مورد آن تا بحال صورت نگرفته است و فقط تعداد انگشت شماری از افراد از سال ۱۹۹۵ به بعد تحقیقاتی در این زمینه انجام داده اند که نمونه هایی از آنها را در ادامه بررسی می‌کنیم.

جان بالز و همکارانش در مقاله ای که در سال ۱۹۹۶ به چاپ رسیده است از نقشه‌ها و گرافهای شناسانده فازی<sup>۱</sup> برای نشان دادن روابط بین علل اثرات خطاها استفاده نمود و استدلال نموده است که از آنجاییکه نقشه‌ها و گرافهای شناسانده فازی می‌توانند نسبتها و روابط بین اثر و علت را نشان دهند لذا یک ابزار برای کمک به علت یابی در FMEA است. تابع عضویت بکار برده شده در این تحقیق از نوع ترکیب مثلثی-ذوزنقه ای است [۵].

جان بالز در مقاله ای دیگر که در سال ۱۹۹۵ به چاپ رسید از رابطه "اگر - آنگاه" برای توسعه FMEA در محیط فازی استفاده نمود. بدین ترتیب که تمامی حالت‌های بین سه پارامتر شدت خطا، احتمال وقوع خطا و احتمال کشف خطا را از طریق رابطه "اگر - آنگاه" مورد بررسی قرار می‌دهد. بطور مثال اگر شدت، قوی و احتمال وقوع، بالا و احتمال کشف، پایین باشد آنگاه درجه اولویت ریسک، بالا است. در این مدل نیز تابع عضویت بکار برده شده از نوع ترکیب مثلثی-ذوزنقه ای است [۴].

یکی دیگر از کارهای انجام شده در مورد FMEA فازی روش ارائه شده توسط کلین و چن می‌باشد که در سال ۱۹۹۸ یک مدل غیر فازی کننده نسبتاً آسان جهت بدست آوردن مقادیر دقیق هر متغیر زبانی ارایه کردند. آنها در مدل خود، ابتدا به هر یک از سه پارامتر، متغیر زبانی تخصیص می‌دهند و سپس با استفاده از یک تابع عضویت مثلثی به هر یک از متغیرهای زبانی عدد فازی نسبت می‌دهند. سپس با استفاده از مدل غیر فازی کننده خود آنها را غیر فازی کرده و آنگاه یک درجه ارتباط نسبی برای هر علت نسبت به هر یک از سه پارامتر محاسبه می‌کنند. هر چه درجه ارتباط قوی‌تر باشد، اثر علل کمتر است. بنابراین افزایش درجه ارتباط نشان‌دهنده این است که حق تقدم ریسک خطاها، بهبود یافته است [۲].

ضعف این مدل، منطبق رابطه ارایه شده برای محاسبه درجه ارتباط نسبی برای هر علت نسبت به هر یک از سه پارامتر است که در آن از همان مقادیر غیر فازی برای محاسبه درجه ارتباط نسبی استفاده می‌کند. یکی از مدل‌های پیشنهادی در این تحقیق، مدلی است که این ضعف را با در نظر گرفتن مقادیر حاصل از مقایسه امتیازات غیر فازی و مقدار مطلوب هر یک از پارامترها رفع می‌کند.

در این تحقیق، مدل مرسوم (فعلی) FMEA از طریق در نظر گرفتن سه پارامتر شدت خطا، احتمال وقوع خطا و احتمال کشف خطا به صورت فازی اصلاح و مدل سازی شده و روشی جهت اولویت بندی خطاها و اثرات آنها در محیط فازی ارایه می‌شود.

## ۲- بدنه اصلی مقاله

### ۲-۱- مفاهیم اولیه تئوری فازی

از زمانهای بسیار دور این طور تصور می‌شد که ارزش یک گزاره یا درست است یا نادرست و نمی‌تواند هر دو باشد و اجباراً باید یکی از آنها باشد. با استفاده از این منطق، عضوی یا متعلق به مجموعه ای هست یا نیست. از

<sup>۱</sup> - Fuzzy Cognitive Maps

زمان ارسطو این سؤال مطرح بود که آیا گزاره‌هایی وجود دارند که ارزش آنها به جز درست بودن یا نبودن باشد. با توجه به موضوع مطرح شده که آن را می‌توان به نوعی مقوله فازی خواند، می‌بینیم که دیدگاه فازی بطور غیر رسمی سابقه‌ای دیرینه دارد.

نظریه مجموعه‌های فازی بصورت رسمی اولین بار توسط پرفسور لطفی عسگرزاده دانشمند ایرانی تبار و استاد دانشگاه کالیفرنیا در برکلی با انتشار مقاله در مجله «اطلاعات و کنترل» در سال ۱۹۶۹ مطرح گردید. این نظریه از زمان ارائه آن تاکنون، گسترش و تعمیق زیادی یافته و کاربردهای گوناگونی در زمینه‌های مختلف پیدا کرده است.

## ۲-۱-۱- تعریف مجموعه‌های فازی

مجموعه‌های فازی در واقع آن دسته از مجموعه‌های می‌باشند که اعضای آن دقیق و مشخص نیستند مانند مجموعه افراد بلندقد یا مجموعه اعداد بزرگ. دکتر عسگرزاده برای تجزیه و تحلیل این مجموعه‌ها، به هریک از اعضای چنین مجموعه‌هایی عددی از بازه [۰ و ۱] به عنوان درجه عضویت آن عضو در آن مجموعه نسبت داد. بعنوان مثال در مجموعه افراد بلندقد، کلیه افراد بلندتر از ۱۷۰ سانتیمتر یا بلندتر از ۱۸۰ سانتیمتر و غیره هر کدام با یک مقدار عضویت به مجموعه اعداد بلندقد تعلق خواهد داشت، یعنی افراد بلندتر از ۱۸۰ سانتیمتر با مقدار عضویت بیشتر مثلاً ۰/۸ و افراد بلندتر از ۱۷۰ سانتیمتر با مقدار عضویت کمتر مثلاً ۰/۷ به مجموعه افراد بلندقد متعلق هستند.

## ۲-۱-۲- نمایش مجموعه‌های فازی

اگر  $U$  مجموعه مرجعی باشد که هر عضو آن با  $x$  نمایش داده شود مجموعه فازی در  $U$  به وسیله زوجهای مرتبی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in U\}$$

$\mu_A(x)$  تابع عضویت و یا درجه عضویت می‌باشد که میزان تعلق  $x$  به مجموعه فازی  $A$  را نشان می‌دهد و برد این تابع اعداد حقیقی غیر منفی می‌باشد که یک مقدار ماکزیمم دارد و در حالت نرمال به صورت فاصله بسته [۰، ۱] در نظر گرفته می‌شود. این درجه عضویت اصل بنیادی مجموعه‌های فازی محسوب می‌گردد و هیچ روش قطعی برای تعیین تابع عضویت وجود ندارد و این مسئله بیش از همه یک مقوله حسی و تجربی می‌باشد.

## ۲-۱-۳- تعریف اعداد فازی

یک مجموعه فازی نرمال محدب مانند  $A$  با دامنه اعداد حقیقی  $R$  یک عدد فازی حقیقی است اگر:

$$1- \text{ تنها یک } x_0 \in R \text{ وجود داشته باشد که } \mu_A(x_0) = 1$$

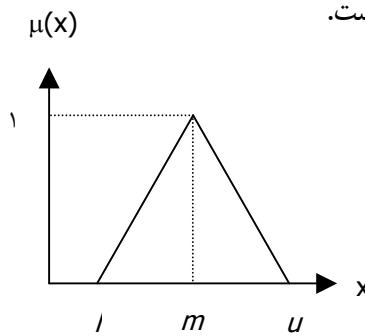
$$2- \text{ تابع عضویت } \mu_A(x) \text{ یک تابع پیوسته باشد.}$$

## ۲-۱-۴- اعداد فازی مثلثی:

انجام محاسبات با اعداد فازی به دلیل ساختار خاص آنها بسیار زمان‌بر و پیچیده می‌باشد برای تسهیل و کاربردی نمودن اعداد فازی، اعداد فازی مخصوصی در محاسبات به کار گرفته می‌شوند. این اعداد خاص به صورت

اعداد زنگوله ای، مثلثی، دوزنقه ای، L-R مثلثی، L-R دوزنقه ای هستند. در این تحقیق اعداد فازی مثلثی مورد استفاده قرار گرفته است.

یک عدد فازی مثلثی را می توان با سه تایی مرتب  $(l, m, u)$  نمایش داد (شکل ۱) که  $l$  و  $u$  حدود پایینی و بالایی هستند و  $m$  مقدار میانه می باشد و  $x$  عنصری بین  $l$  و  $u$  است.

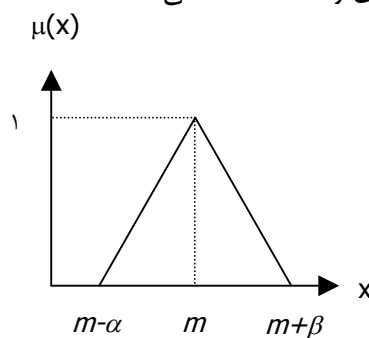


شکل ۱: نمایش اعداد مثلثی

تابع عضویت اعداد فازی به صورت رابطه ۱ است.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l} & l < x < m \\ 1 & x = m \\ \frac{u-x}{u-m} & m < x < u \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (1)$$

در بعضی از مراجع عدد فازی مثلثی A را با سه تایی مرتب  $(\alpha, m, \beta)$  نمایش می دهند (شکل ۲) که  $m$  را مقدار میانه و  $\alpha$  و  $\beta$  را به ترتیب پهنای چپ و پهنای راست عدد A می نامند.



شکل ۲: نمایش اعداد مثلثی

## ۲-۱-۵- غیر فازی<sup>۱</sup> کردن عدد فازی

جهت تبدیل یک عدد فازی به یک مقدار دقیق روشهای مختلفی از جمله روش مرکز ثقل، روش بیشترین تابع عضویت، روش امتیازدهی به چپ و راست عدد فازی و .... وجود دارد. از آنجا که در این تحقیق به دلیل استفاده

<sup>۱</sup> -Defuzzy

از تابع عضویت پیوسته از روش امتیازدهی به چپ و راست عدد فازی استفاده شده است در این قسمت این روش تشریح شده است.

در این روش امتیاز کل دقیق یک عدد فازی  $A$  از مقدار امتیازات چپ و راست  $A$  بدست آمده و این امتیازات چپ و راست از دو مجموعه ویژه حداقل (Min) و حداکثر (Max) و درجه عضویت عدد فازی بدست می‌آید.

این دو مجموعه Max, Min با فرض اینکه دامنه اعداد فازی  $[0, 1]$  باشند به صورت رابطه ۲ تعریف می‌شود:

$$\mu_{\min}(x) = \begin{cases} 1-x; & 0 \leq x \leq 1 \\ 0; & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\mu_{\max}(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x \leq 1 \\ 0; & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

که امتیاز سمت چپ  $A$  می‌تواند با استفاده از رابطه ۳ حاصل شود.

$$\mu_L(x) = \text{SUP}[\mu_{\min}(x) \wedge \mu_x(x)] \quad (۳)$$

و امتیاز سمت راست  $A$  می‌تواند از رابطه ۴ حاصل شود.

$$\mu_R(x) = \text{SUP}[\mu_{\max}(x) \wedge \mu_x(x)] \quad (۴)$$

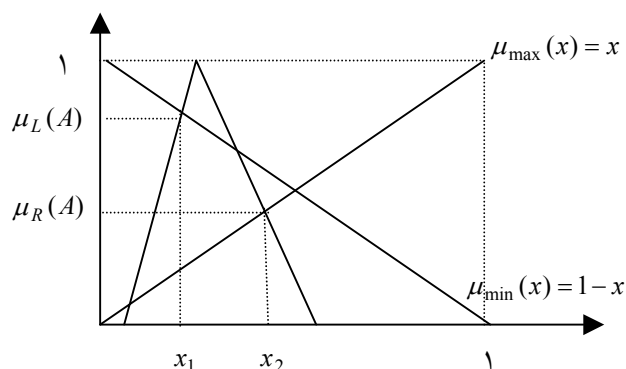
با بدست آوردن این امتیازات، می‌توان امتیاز کل را از رابطه ۵ محاسبه کرد که بعنوان یک مقدار دقیق و معین در محاسبات بعدی از آن استفاده می‌شود.

$$\mu_T(x) = \frac{\mu_R(x) + 1 - \mu_L(x)}{2} \quad (۵)$$

فرض کنید یک مجموعه فازی مثلثی تحت عنوان  $A = (\alpha, m, \beta)$  داریم. شکل ۳ مقادیر این امتیازات چپ و راست را بصورت گرافیکی نشان می‌دهد.

تابع عضویت عدد فازی  $A$  بصورت رابطه ۶ است.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - (m - \alpha)}{\alpha}; & m - \alpha \leq x \leq m \\ \frac{(m + \beta) - x}{\beta}; & m \leq x \leq m + \beta \end{cases} \quad (۶)$$



شکل ۳: شکل گرافیکی مقادیر امتیازات چپ و راست

امتیازات سمت چپ و راست عدد فازی  $A$  از رابطه ۷ بدست می‌آید:

$$\mu_L(A) = 1 - \frac{m}{1 + \alpha}$$

$$\mu_R(A) = \frac{m + \beta}{1 + \beta}$$

(۷)

### ۲-۲-۲- ایجاد مدل برای محاسبه درجه اولویت ریسک با استفاده از تئوری فازی

جهت ایجاد مدل برای محاسبه درجه اولویت ریسک و اولویت بندی خطاها و اثرات آنها با استفاده از تئوری فازی دو گام اصلی زیر باید طی شود:

- (۱) انتخاب تابع عضویت فازی
- (۲) غیر فازی کردن تابع عضویت

در ادامه این دو گام شرح داده می‌شوند.

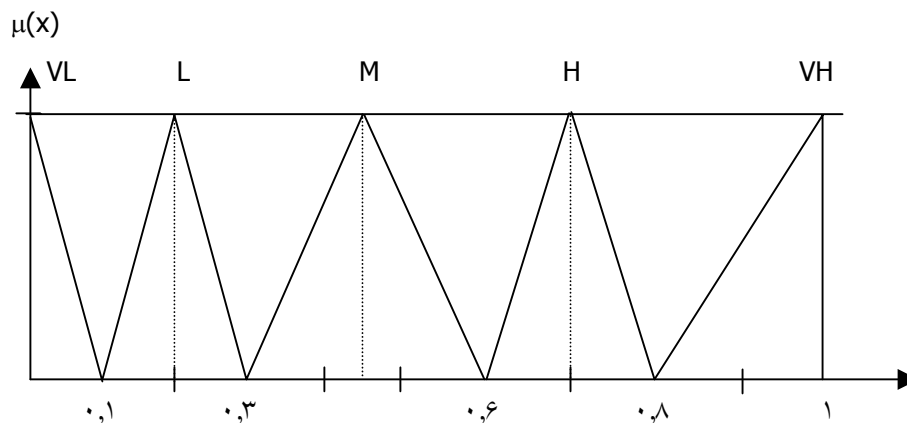
### ۲-۲-۲-۱- انتخاب تابع عضویت فازی

برای کلیه عوامل موثر در درجه ریسک پذیری یعنی شدت اثر خطا، احتمال وقوع خطا و احتمال کشف خطا از پنج متغیر زبانی "بسیار کم"، "کم"، "متوسط"، "زیاد"، "بسیار زیاد" استفاده شده است:

$T(x) = \{ \text{بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم} \} =$  مجموعه مقادیر مربوط به متغیر زبانی

تابع عضویت متغیرهای زبانی فوق به صورت شکل ۴ می‌باشد:

$U = [0, 1]$  دامنه تغییر (مجموعه مرجع)  $u$



شکل ۴: تابع عضویت متغیرهای زبانی

### ۲-۲-۲-۲- حل مساله از طریق غیر فازی کردن تابع عضویت

در اینجا سه روش ارائه می‌شود که در ادامه به آنها پرداخته شده است.

## ۲-۲-۱- استفاده از روش غیر فازی کننده « امتیاز دهی به چپ و راست عدد فازی »

در این روش با استفاده از روش غیر فازی کننده « امتیاز دهی به چپ و راست عدد فازی » ابتدا اعداد فازی را غیر فازی نموده و یک امتیاز قطعی به هر یک از اعداد فازی نسبت داده می‌شود. در ادامه دیگر با یک مساله FMEA با پارامترهای دقیق سروکار داریم که می‌توان با استفاده از همان روش ارایه شده در FMEA مرسوم - که همان حاصلضرب سه پارامتر است - خطاها و اثرات آنها را اولویت بندی نمود.

**مثال:** فرض می‌شود خطاهای بالقوه یک محصول دو نوع A و B است. اثرات، علل و RPN مطابق با FMEA مرسوم در جدول ۱ محاسبه شده است.

جدول ۱: فرم مخصوص FMEA

اولویت	RPN	شدت (S)	احتمال کشف (D)	احتمال وقوع (O)	علل بالقوه	اثرات بالقوه	خطاهای بالقوه	فرایند
۴	۱۲۸	۴	۴	۸	۱	اثر A	خطای A	A
۳	۳۶۰	۴	۹	۱۰	۲			
۵	۸۰	۴	۴	۵	۳			
۱	۵۰۴	۸	۷	۹	۴	اثر B	خطای B	A
۲	۳۸۴	۸	۶	۸	۵			

متغیرهای زبانی برای پارامترها از روی شکل ۱ مطابق جدول ۲ است.

جدول ۲: جدول FMEA با استفاده از تابع عضویت فازی مثلثی

شدت (S)	احتمال کشف (D)	احتمال وقوع (O)	علل بالقوه	اثرات بالقوه	خطاهای بالقوه	فرایند
M	M	H	۱	اثر A	خطای A	A
L	VH	VH	۲			
M	M	M	۳			
H	H	VH	۴	اثر B	خطای B	A
H	M	H	۵			

امتیاز سمت چپ، سمت راست و مقادیر دقیق تخصیص داده شده به هر یک از متغیرهای زبانی با استفاده از روش امتیازدهی به چپ و راست عدد فازی در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳: مقادیر دقیق تخصیص داده شده به هر یک از اعداد فازی

امتیاز کل	امتیاز سمت چپ	امتیاز سمت راست	مقدار فازی	متغیر زبانی
۰,۰۴۶	۱	۰,۹۱	(۰,۱ و ۰,۰)	VL
۰,۲۲۷	۰,۸۲	۰,۲۷۳	(۰,۳ و ۰,۲ و ۰,۱)	L
۰,۴۵۷	۰,۶۰۹	۰,۵۲۲	(۰,۶ و ۰,۴۵ و ۰,۳)	M
۰,۶۸۲	۰,۳۶۴	۰,۷۲۷	(۰,۸ و ۰,۷ و ۰,۶)	H
۰,۹۱۷	۰,۱۶۷	۱	(۱ و ۰,۸)	VH

مقادیر غیر فازی پارامترهای شدت خطا (S)، احتمال وقوع خطا (O) و احتمال کشف خطا (D) به همراه RPN مربوطه - که از حاصلضرب سه پارامتر غیر فازی بدست آمده است - و اولویتها در جدول ۴ آمده است.

جدول ۴: مقادیر غیر فازی پارامترهای شدت خطا، احتمال وقوع خطا و احتمال کشف خطا به همراه RPN مربوطه

اولویت	RPN	شدت (S)	احتمال کشف (D)	احتمال وقوع (O)	علل بالقوه	اثرات بالقوه	خطاهای بالقوه	فرایند
۴	۰,۱۴۲	۰,۴۵۷	۰,۴۵۷	۰,۶۸۲	۱	اثر A	خطای A	A
۳	۰,۱۹۱	۰,۳۲۷	۰,۹۱۷	۰,۹۱۷	۲			
۵	۰,۰۹۶	۰,۴۵۷	۰,۴۵۷	۰,۴۵۷	۳			
۱	۰,۴۲۷	۰,۶۸۲	۰,۶۸۲	۰,۹۱۷	۴	اثر B	خطای B	A
۲	۰,۲۱۳	۰,۶۸۲	۰,۴۵۷	۰,۶۸۲	۵			

## ۲-۲-۲-۲-۲-۲ مدل پیشنهادی از طریق مقایسه امتیاز هر پارامتر با مقدار مطلوب آن پارامترها

اساس این روش برگرفته از روش مقایسه با حل بهینه (TOPSIS) است با این تفاوت که الگوریتم حل در این مدل با الگوریتم روش TOPSIS متفاوت است. بعبارت دیگر در این روش ما یک حل مطلوب از پارامترها را تعیین کرده و سپس مقادیر هر پارامتر برای هر علت را با این حل مطلوب مقایسه نموده و هر حلی که دارای فاصله زیاد با این حل مطلوب باشد را در اولویت اول قرار می دهیم. در این روش ابتدا با استفاده از روش غیرفازی کننده امتیاز دهی به چپ و راست عدد فازی مساله را غیر فازی کرده و سپس بر طبق الگوریتم ارایه شده مساله را حل می کنیم.

### مراحل الگوریتم مدل پیشنهادی

مراحل مورد نیاز برای اولویت بندی علل با استفاده از مدل پیشنهادی عبارتند از:

#### ۱- تعیین ماتریس علل و متغیرهای زبانی

در گام اول ابتدا ماتریس متغیرهای زبانی را تشکیل داده و سپس مقادیر غیر فازی شده آنرا از روش امتیاز دهی به چپ و راست عدد فازی بدست می آوریم. ماتریس علل و متغیرهای زبانی به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \text{ (شدت)} & x_1 \text{ (وقوع)} & x_1 \text{ (کشف)} \\ x_2 \text{ (شدت)} & x_2 \text{ (وقوع)} & x_2 \text{ (کشف)} \\ x_3 \text{ (شدت)} & x_3 \text{ (وقوع)} & x_3 \text{ (کشف)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n \text{ (شدت)} & x_n \text{ (وقوع)} & x_n \text{ (کشف)} \end{pmatrix}$$

که در آن :

$[x_1 x_2 \dots x_n]^T$  علل بالقوه در FMEA و  $[x_i \text{ (کشف)}]$  و  $x_i \text{ (وقوع)}$  و  $x_i \text{ (شدت)}$  مقادیر متغیر زبانی مربوط به این سه پارامتر برای علت A است.

#### ۲- تعیین ماتریس مطلوبیت پارامترها



از آنجاییکه هدف ما دست یابی به کمترین مقدار برای هر یک از پارامترهای شدت، وقوع و کشف می باشد لذا یک بردار مطلوبیت که نشان دهنده این وضعیت مطلوب برای هر یک از پارامترها می باشد بصورت زیر ارائه می شود:

$$x_0 = [x_0(\text{شدت}) \text{ و } x_0(\text{وقوع}) \text{ و } x_0(\text{کشف})]$$

که در آن  $x_0$  مقدار مطلوب پارامتر شدت و  $x_0$  مقدار مطلوب پارامتر وقوع و  $x_0$  مقدار مطلوب پارامتر کشف می باشد. این بردار، در حالت غیر فازی (با مقیاس ۱ تا ۱۰) بصورت زیر نشان داده می شود:

$$x_0 = [x_0(\text{شدت}) \text{ و } x_0(\text{وقوع}) \text{ و } x_0(\text{کشف})] = (۱ \text{ و } ۱)$$

همچنین این بردار، در حالت فازی (با مقیاس ۰ تا ۱) بصورت زیر نشان داده می شود:

$$x_0 = [x_0(\text{شدت}) \text{ و } x_0(\text{وقوع}) \text{ و } x_0(\text{کشف})] = (۰,۰۴۶ \text{ و } ۰,۰۴۶ \text{ و } ۰,۰۴۶)$$

که در اصل این اعداد همان مقادیر غیر فازی شده متغیر زبانی خیلی که (VL) می باشند.

### ۳- محاسبه تفاوت بین ماتریس علل و متغیرهای زبانی و ماتریس مطلوبیت پارامترها

از آنجاییکه هدف ما مقایسه مقادیر هر یک از پارامترها با مقدار مطلوب آنها است لذا در این گام ما تفاوت بین امتیازات پارامترهای تصمیم و مقدار مطلوب پارامترها را تعیین می کنیم. این تفاوت بصورت ماتریس زیر بیان شود:

$$D_0 = \begin{pmatrix} \Delta_{01}(\text{کشف}) & \Delta_{01}(\text{وقوع}) & \Delta_{01}(\text{شدت}) \\ \Delta_{02}(\text{کشف}) & \Delta_{02}(\text{وقوع}) & \Delta_{02}(\text{شدت}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta_{0n}(\text{کشف}) & \Delta_{0n}(\text{وقوع}) & \Delta_{0n}(\text{شدت}) \end{pmatrix}$$

$$\Delta_{0i}(k) = |x_0(k) - x_i(k)| \quad \text{که در آن:}$$

$\Delta_{0i}(k)$  معرف اختلاف بین امتیاز علت  $i$  ام بر روی پارامتر  $k$  ام از مقدار مطلوب پارامتر  $k$  ام است.

### ۴- محاسبه ضریب نسبی ارتباط هر متغیر زبانی برای هر علت

از آنجا که پارامترهای تصمیم در مدل FMEA با مقادیر مطلوب مقایسه می شوند بنابراین باید یک ارتباط بین مقدار امتیاز هر علت به ازای هر پارامتر و مقدار مطلوب آن جهت تعیین فاصله مقادیر پارامترها از حل مطلوب ساخته شود. در اینجا با کمک رابطه ارائه شده توسط کلین و چن [۶] و با انجام تغییراتی متناسب با مدل پیشنهادی، این ضریب نسبی ارتباط هر متغیر زبانی که نشان دهنده فاصله هر پارامتر از حل مطلوب است برای هر پارامتر روی هر علت، از رابطه ۹ بدست می آید که در آن:

$$\Delta_{\min} = \text{کمترین مقدار در ماتریس } D_0$$

$$\Delta_{\max} = \text{بیشترین مقدار در ماتریس } D_0$$

$$\gamma_{0i}(k) = \frac{\Delta_{\min} + 0.5 \Delta_{\max}}{\Delta_{0i}(k) + 0.5 \Delta_{\max}} \quad (۹)$$

است.

ماتریس  $\gamma$  بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{01}(\text{شدت}) & \gamma_{01}(\text{وقوع}) & \gamma_{01}(\text{کشف}) \\ \gamma_{02}(\text{شدت}) & \gamma_{02}(\text{وقوع}) & \gamma_{02}(\text{کشف}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{0n}(\text{شدت}) & \gamma_{0n}(\text{وقوع}) & \gamma_{0n}(\text{کشف}) \end{pmatrix}$$

### ۵- تعیین درجه ارتباط نسبی هر علت

قبل از تعیین درجه ارتباط نسبی هر علت، باید در مورد ضریب وزنی پارامترهای شدت، وقوع و کشف تصمیم‌گیری شود، بعبارت دیگر ابتدا باید ضریب وزنی فاکتورها، تعیین شود و سپس با استفاده از رابطه ۱۰، درجه ارتباط علت  $\Gamma$  ام بدست آید.

$$\Gamma(x_i) = \beta_1 * \gamma_{0i}(\text{شدت}) + \beta_2 * \gamma_{0i}(\text{وقوع}) + \beta_3 * \gamma_{0i}(\text{کشف}) \quad (10)$$

که در آن:

$$\beta_1 = \text{ضریب اهمیت عامل شدت}$$

$$\beta_2 = \text{ضریب اهمیت عامل وقوع}$$

$$\beta_3 = \text{ضریب اهمیت عامل کشف}$$

### ۶- رتبه‌بندی اولویت ریسک خطاها(یا علل)

با استفاده از درجه ارتباط نسبی هر علت  $\Gamma(x_i)$ ، علل اولویت بندی می‌شوند. هر چه درجه ارتباط یک علت قوی‌تر باشد، به دلیل نزدیکی مقادیر هر یک از پارامترهای آن علت با مقدار مطلوب آن پارامترها، اثر آن علت کمتر است. بنابراین افزایش درجه ارتباط نشان‌دهنده این است که اولویت ریسک خطاهای بالقوه، بهبود یافته است. **مثال:** برای مساله قبل، روش ارایه شده در این بخش به کار گرفته می‌شود. متغیرهای زبانی برای پارامترها از روی شکل ۱ و مقادیر غیر فازی این متغیرهای زبانی از رابطه ۴ بدست آمده است. جدول FMEA به صورت جدول ۵ می‌باشد:

جدول ۵: جدول FMEA با استفاده از تابع عضویت فازی مثلثی

فرایند	خطاهای بالقوه	اثرات بالقوه	علل بالقوه	احتمال وقوع (O)	احتمال کشف (D)	شدت (S)	$\Gamma(x_i)$	اولویت
A	خطای A	اثر A	۱	H (۰,۶۸)	M (۰,۴۶)	M (۰,۴۶)	۰,۶۷۸	۴
			۲	VH (۰,۹۲)	VH (۰,۹۲)	L (۰,۲۳)	۰,۶۴۷	۳
			۳	M (۰,۴۶)	M (۰,۴۶)	M (۰,۴۶)	۰,۷۲۸	۵
	خطای B	اثر B	۴	VH (۰,۹۲)	H (۰,۶۸)	H (۰,۶۸)	۰,۵۴۲	۱
			۵	H (۰,۶۸)	M (۰,۴۶)	H (۰,۶۸)	۰,۶۲۸	۲

### ۲-۲-۱- استفاده از روش حاصلضرب سه عدد فازی مثلثی

در این روش ابتدا با استفاده از عملیات ضرب اعداد فازی مثلثی، سه پارامتر شدت (S)، احتمال وقوع (O) و احتمال کشف (D)، بصورت فازی در هم ضرب شده و RPN بصورت یک عدد فازی مثلثی محاسبه می‌گردد،

سپس با استفاده از روش غیر فازی کننده « امتیاز دهی به چپ و راست عدد فازی » RPN را غیر فازی نموده و اولویت بندی می‌کنیم.

بعبارت دیگر در این روش برای اولویت بندی عوامل موثر در عدد اولویت ریسک مراحل زیر طی می‌شود:

۱- تخصیص یک متغیر زبانی به هر یک از عوامل عدد ریسک پذیری

۲- تعریف هر متغیر زبانی به صورت یک عدد فازی مثالی به شرح زیر:

اگر M یک متغیر زبانی باشد، می‌توان عدد فازی مثالی مربوط به آن متغیر زبانی را به صورت زیر تعریف نمود:  
 $M=(l, m, u)$

که در آن :

m: مقدار متغیر زبانی با عدد عضویت یک و l: کران پایین و u: کران بالا

۳- ضرب عوامل عدد ریسک پذیری به صورت فازی و به دست آوردن RPN از طریق رابطه ۱۱  
 $RPN = S * O * D$

$$= (l_1, m_1, u_1) * (l_2, m_2, u_2) * (l_3, m_3, u_3) = (l_1 l_2 l_3, m_1 m_2 m_3, u_1 u_2 u_3) \quad (11)$$

۳- غیر فازی نمودن مقادیر RPN و اولویت بندی علل

حسن این روش در مقایسه با دو روش قبل در ساده، قابل فهم بودن و پیچیده نبودن محاسبات است. لذا این

روش می‌تواند برای تیم FMEA که بعضاً از سرپرستان و اپراتورهای تولید تشکیل می‌شود قابل فهم تر باشد.

**مثال:** مقادیر فازی تخصیص داده شده به هر یک از متغیرهای زبانی برای مثال قبل با استفاده از تابع عضویت مثالی در جدول آورده شده است.

جدول ۶: مقادیر فازی تخصیص داده شده به هر یک از متغیرهای زبانی با استفاده از تابع عضویت مثالی

فرایند	خطاهای بالقوه	اثرات بالقوه	علل بالقوه	احتمال وقوع (O)	احتمال کشف (D)	شدت (S)
A	خطای A	اثر A	۱	(۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸)	(۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶)	(۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶)
			۲	(۰,۸ و ۱ و ۱)	(۰,۸ و ۱ و ۱)	(۰,۱ و ۰,۲ و ۰,۳)
			۳	(۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶)	(۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶)	(۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶)
	خطای B	اثر B	۴	(۰,۸ و ۱ و ۱)	(۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸)	(۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸)
			۵	(۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸)	(۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶)	(۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸)

نحوه محاسبه مقادیر فازی RPN - که از حاصل ضرب اعداد فازی مثالی، سه پارامتر شدت خطا (S)، احتمال وقوع خطا (O) و احتمال کشف خطا (D) بدست می‌آید - در ادامه توضیح داده شده است.

$$RPN = S * O * D$$

$$= (l_1, m_1, u_1) * (l_2, m_2, u_2) * (l_3, m_3, u_3) = (l_1 l_2 l_3, m_1 m_2 m_3, u_1 u_2 u_3)$$

$$RPN_1 = (۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸) * (۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶) * (۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶) = (۰,۰۵۴ و ۰,۱۴۲ و ۰,۲۸۸)$$

$$RPN_2 = (۰,۸ و ۱ و ۱) * (۰,۸ و ۱ و ۱) * (۰,۱ و ۰,۲ و ۰,۳) = (۰,۰۶۴ و ۰,۲ و ۰,۳)$$

$$RPN_3 = (۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶) * (۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶) * (۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶) = (۰,۰۲۷ و ۰,۰۹۱ و ۰,۲۱۶)$$

$$RPN_4 = (۰,۸ و ۱ و ۱) * (۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸) * (۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸) = (۰,۲۸۸ و ۰,۴۹ و ۰,۶۴)$$

$$RPN_5 = (۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸) * (۰,۳ و ۰,۴۵ و ۰,۶) * (۰,۶ و ۰,۷ و ۰,۸) = (۰,۱۰۸ و ۰,۲۲۱ و ۰,۳۸۴)$$

حال با استفاده از روش غیر فازی کننده « امتیاز دهی به چپ و راست عدد فازی » RPN را غیر فازی نموده و اولویت بندی می‌کنیم. مقادیر دقیق (غیر فازی) تخصیص داده شده به RPN در جدول ۷ نشان داده شده است.

جدول ۷: مقادیر دقیق (غیر فازی) تخصیص داده شده به RPN

RPN	مقادیر فازی	مقادیر غیر فازی	اولویت ها
RPN <sub>1</sub>	(۰,۰۵۴ و ۰,۱۴۲ و ۰,۲۸۸)	۰,۱۹۱	۴
RPN <sub>2</sub>	(۰,۰۶۴ و ۰,۲ و ۰,۳)	۰,۲۲۴	۳
RPN <sub>3</sub>	(۰,۰۲۷ و ۰,۰۹۱ و ۰,۲۱۶)	۰,۱۳۹	۵
RPN <sub>4</sub>	(۰,۲۸۸ و ۰,۴۹ و ۰,۶۴)	۰,۴۸۲	۱
RPN <sub>5</sub>	(۰,۱۰۸ و ۰,۲۲۱ و ۰,۳۸۴)	۰,۲۶۴	۲

### ۳- نتیجه‌گیری و پیشنهادات:

در این تحقیق یک رویکرد جدید برای بدست آوردن عدد اولویت ریسک با استفاده از روشهای فازی بیان گردید و سه روش برای این کار ارائه شد.

مزایای روشهای ارائه شده در این تحقیق به طور خلاصه عبارتند از :

۱- در محاسبه درجه ریسک پذیری بامدل فازی به دلیل استفاده بیشتر از مفاهیم و اصطلاحات تیم FMEA مشکلات مربوط به روش مرسوم که در فصل اول به آنها اشاره شد، بطور رضایتمندی رفع شده است.

۲- در یکی از مدلها، امکان دادن ضریب اهمیت به عوامل ریسک پذیری وجود دارد و در تعیین این ضرایب هیچ محدودیتی وجود ندارد.

۳- کار با مدل حاصلضرب سه عدد فازی مثلی به راحتی قابل درک و بسیار ساده می باشد.

۴- دقت و انعطاف پذیری دومین مدل ارائه شده در مقایسه با سایر مدل ها بیشتر است.

در پایان بعنوان پیشنهاد می‌توان به موارد زیر اشاره کرد :

۱- علاقه‌مندان به مطالعه پیرامون بحث FMEA، می‌توانند در مورد توسعه تکنیک های تصمیم گیری چند معیاره (MADM) از جمله TOPSIS و AHP در فرایند FMEA در محیط فازی، مطالعه و تحقیق نمایند.

۲- همچنین می‌توان با لحاظ کردن فاکتورهایی چون زمان مورد نیاز برای انجام اقدام اصلاحی، هزینه مورد نیاز برای انجام اقدام اصلاحی، نرخ تولید در آن فرایند در محیط فازی جهت توسعه فرایند FMEA مطالعه و تحقیق نمایند.

۳- چنانچه فرمول های محاسباتی به صورت یک برنامه نرم افزاری تهیه شود این مدل قادر است مستقیماً متغیرهای زبانی را به مقادیر کمی برای اولویت بندی علل و انجام اقدامات اصلاحی تبدیل نماید.

۴- در نظر گرفتن ضریب اهمیت هر یک از پارامترها به صورت فازی می‌تواند موضوع جالبی برای تحقیقات آینده باشد.

۵- استفاده از تابع عضویت گسسته برای رتبه بندی خطاها یا علل، می‌تواند ایده جالبی برای ساده نمودن محاسبات باشد.

## ۴- منابع و مراجع

- [1] Chrysler Corporation, Ford Motor Company, General Motors Corporation, "Potential Failure Mode and Assembly Processes (Process FMEA)", Reference Manual, 2<sup>nd</sup> ed., 1995
- [2] Ching-Liang Chang & Chiu-Chi Wei, "Failure Mode and Effects Analysis Using Fuzzy Method and Grey Theory", *Kybernetes*, Vol 28 No 9, 1999, pp1072-1080
- [3] J. B. Bowles and R. D. Bonnell, "Failure Mode, Effects, and Criticality Analysis, in Annual Reliability and Maintainability Symposium", Tutorial Notes, 1993, pp. 1-36
- [4] John B. Bowles & C. Enrique Pelaez, "Fuzzy Logic Priorization Of Failure in a System Failure mode and effects Criticality analysis", *Reliability Engineering and System Safety*, 50, 1995, 203-213
- [5] John B. Bowles & C. Enrique Pelaez, "Using Fuzzy Cognitive Maps as a System Model for Failure Mode and Effects Analysis", *Information Sciences*, 88, 1996, 177-199
- [6] Teng, S. & Ho, S., "Failure Mode and Effects Analysis . An integrated Approach for Product Design and Process Control", *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 13 No. 5, 1996, pp. 8-26
- [7] Zimmemmann. H.J, "Fuzzy Set Theory and It's Applications", third edition, Kluwer Academic Publishers, 1996

- [۸] امیری، شهرام، معرفی و تشریح FMEA در طراحی و بکار گیری آن در صنعت خودرو، صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، شماره ۱۹، ۱۳۷۸
- [۹] نوشاد حقیقی، مریم، روش‌های تجزیه و تحلیل عوامل شکست و آثار آن (FMEA)، نشر ساپکو، ۱۳۷۹.